

∞ Corrigé du brevet des collèges 22 juin 2016 ∞ Métropole – La Réunion – Antilles-Guyane

Le sujet est constitué de sept exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Indication portant sur l'ensemble du sujet

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE 1

4 points

1. Il y a 27 composants défectueux sur 500 ; la probabilité est donc égale à $\frac{27}{500} = \frac{54}{1000} = 0,054 = \frac{5,4}{100} = 5,4\%$.
2. Sur les $27 + 38 = 65$ composants défectueux, 27 proviennent de l'usine A.
La probabilité qu'il provienne de l'usine A est donc égale à $\frac{27}{65} \approx 0,415$ ou 41,5%.
3. Dans l'usine A la proportion de composants défectueux est de $5,4 < 7\%$.
Dans l'usine B la proportion de composants défectueux est de $\frac{38}{500} = \frac{76}{1000} = \frac{7,6}{100} = 7,6\%$ donc supérieur à 7%.
Conclusion : le contrôle n'est pas satisfaisant.

EXERCICE 2

4,5 points

On considère les deux programmes de calcul ci-dessous.

1. Avec le programme A, on obtient :
 $2 \rightarrow 2 \times (-2) = -4 \rightarrow -4 + 13 = 9.$
2. Avec le programme B :
 - Méthode 1 : en partant du nombre x :
 $x \rightarrow x - 7 \rightarrow (x - 7) \times 3 = 9.$
Il faut résoudre l'équation :
 $3(x - 7) = 9$ ou $3(x - 7) = 3 \times 3$, soit $x - 7 = 3$ et enfin $x = 10.$
 - Méthode 2 : on peut « reculer » :
 $9 \rightarrow \frac{9}{3} = 3 \rightarrow 3 + 7 = 10.$
Pour trouver le même résultat 9 avec le programme B il faut partir de 10.
3. Si on part de a avec le programme A, on obtient la suite :
 $a \rightarrow a \times (-2) = -2a \rightarrow -2a + 13 = 13 - 2a.$
Si on part de a avec le programme B, on obtient la suite :
 $a \rightarrow a - 7 \rightarrow 3(a - 7).$
Il faut donc résoudre l'équation :
 $13 - 2a = 3(a - 7)$ soit $13 - 2a = 3a - 21$ ou $13 + 21 = 2a + 3a$ ou $34 = 5a$ ou $\frac{1}{5} \times 34 = \frac{1}{5} \times 5a$ et enfin $\frac{34}{5} = a = 6,8.$
Dans les deux cas le résultat final est $-0,6.$
Le nombre 6,8 donne avec les deux programmes le même résultat.

EXERCICE 3**5 points****Figure 1**

On a $BC = CJ = JA = 6$ cm. Donc $CA = 12$ cm.

On applique le théorème de Pythagore au triangle ABC rectangle en B :

$$AC^2 = CB^2 + BA^2 \text{ d'où } BA^2 = AC^2 - CB^2 = 12^2 - 6^2 = 144 - 36 = 108 = 9 \times 12 = 9 \times 4 \times 3 = 36 \times 3.$$

$$\text{Donc } AB = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \approx 10,39 \approx 10,4 \text{ (cm).}$$

Figure 2

Par définition $\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC}$, soit $\sin 53 = \frac{AB}{36}$, d'où $AB = 36 \sin 53 \approx 28,750 \approx 28,8$ (cm).

Figure 3

On sait que la longueur du cercle est égale à $AB \times \pi$, d'où l'équation :

$$AB \times \pi = 154 \text{ et par conséquent } AB = \frac{154}{\pi} \approx 49,02 \approx 49 \text{ cm.}$$

EXERCICE 4**5 points**

1. Retirer 30 % du prix c'est multiplier par $1 - \frac{30}{100} = \frac{100 - 30}{100} = \frac{70}{100} = 0,70$.

L'article coûtant 54 € est soldé $54 \times 0,7 = 37,80$ €.

2. a. Il a inscrit en B2 : $= B1 \times 0,30$.

b. Il a inscrit en B3 : $= B1 - B2$.

3. Si x était e prix initial, on a :

$$x \times 0,7 = 42 \text{ ou } 7x = 420 \text{ soit } x = 60 \text{ (€).}$$

EXERCICE 5**5,5 points**

1. L'aire du triangle PAS rectangle en A est égale à :

$$\frac{PA \times AS}{2}, \text{ soit } \frac{30 \times 18}{2} = 270 \text{ m}^2.$$

Il faut donc acheter deux sacs de gazon (car $2 \times 140 = 280 > 270$) à 13,90 € l'un soit une dépense de $2 \times 13,90 = 27,80$ €.

2. Les droites (AS) et (RC) sont perpendiculaires à (PA) : elles sont donc parallèles. On peut donc appliquer la propriété de Thalès et par exemple :

$$\frac{PA}{PR} = \frac{AS}{RC} \text{ soit } \frac{30}{30+10} = \frac{18}{RC} \text{ ou } \frac{3}{4} = \frac{18}{RC} \text{ soit } 3RC = 4 \times 18 \text{ ou } RC = 4 \times 6 = 24 \text{ (m).}$$

L'aire du triangle PRC est donc égale à :

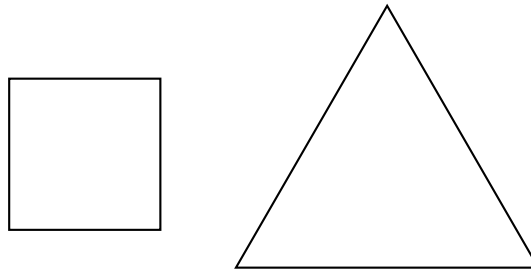
$$\frac{PR \times RC}{2} = \frac{40 \times 24}{2} = 40 \times 12 = 480 \text{ m}^2.$$

L'aire du « skatepark » est donc égale à : $480 - 270 = 210 \text{ m}^2$.

EXERCICE 6**7 points**

1. Avec le morceau n° 1, on construit un carré de côté c , donc $8 = 4c$ soit $c = 2$ (cm).

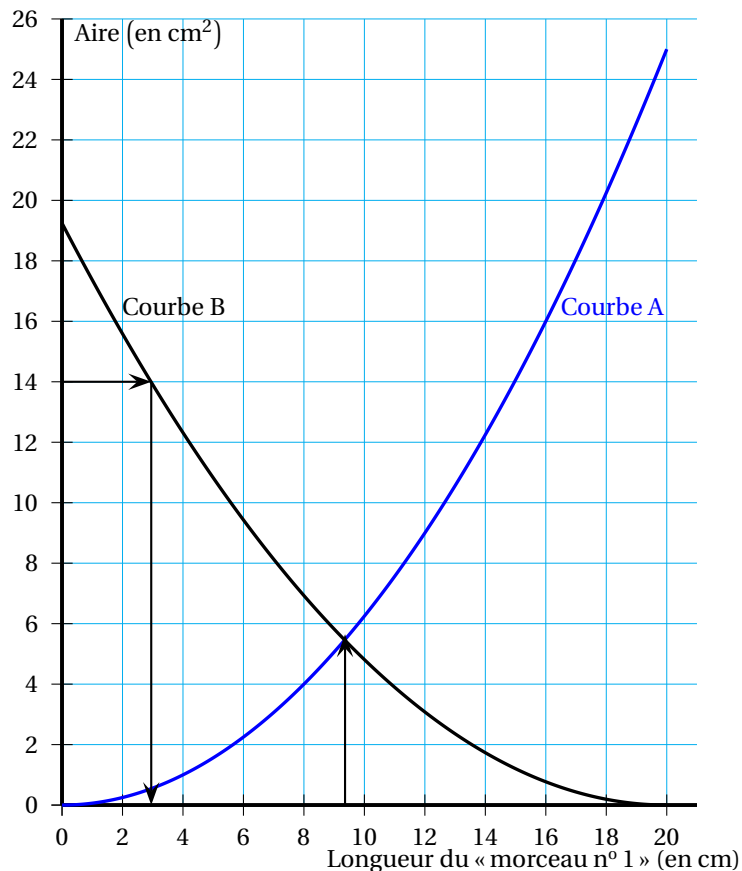
Avec le morceau n° 2 de longueur $20 - 8 = 12$, on construit un triangle équilatéral de côté d tel que $3d = 12$, soit $d = 4$ (cm). D'où la construction :



2. L'aire du carré est égale à $c^2 = 2^2 = 4 \text{ cm}^2$.
3. Les hauteurs du triangle équilatéral mesurent environ 3,4 cm (au mm près).
L'aire de ce triangle est donc à peu près $\frac{4 \times 3,4}{2} = 4 \times 1,7 = 6,8 \text{ cm}^2$.

Partie 2 :

1. Si ℓ est la longueur « morceau n° 1 », le côté du carré a pour longueur $\frac{\ell}{4}$ et par conséquent l'aire du carré est $\mathcal{A}_{\text{carré}} = \left(\frac{\ell}{4}\right)^2 = \frac{\ell^2}{16}$.
2. **Graphique représentant les aires des polygones en fonction de la longueur du « morceau n° 1 »**



- a. On trace l'horizontale partant du point de coordonnées (0; 14) qui coupe la courbe B en un point dont l'abscisse est obtenue en projetant ce point sur l'axe des abscisses (voir la figure) ; on lit environ 2,95 cm.

- b. Le point commun aux deux courbes a pour ordonnée l'aire commune aux deux polygones (environ 5,5) ; l'abscisse de ce point est environ 9,4 (cm).

EXERCICE 7**5 points**

On rappelle que le volume de la boule est donné par la formule : $\frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$.

Le pavé a pour base un carré de côtés $9 - 2 \times 0,2 = 8,6$ cm et de hauteur $21,7 - 1,7 = 20$ cm.

Le volume du vase est donc égal à :

$$8,6 \times 8,6 \times 20 = 1479,2 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Une bille a un volume de : $\frac{4}{3} \times \pi \times 0,9^3 = 0,972\pi$, donc 150 billes occuperont un volume de $145,8\pi$.

Il restera $1479,2 - 145,8\pi \approx 1021,16 \text{ (cm}^3\text{)}$ soit plus de 1 dm^3 : Antoine pourra ajouter un litre d'eau colorée.